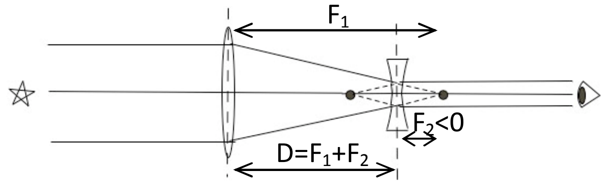
QUESITO n. 1

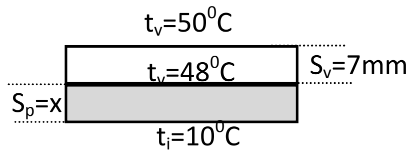
Burimet që vrojtohen në astronomi janë shumë larg, kështu që në mungesë të okularit, objektivi do të formojë shëmbëllim reale në planin vatror, pra në distancën 1m prej saj. Në mënyrë që të merren rrezet paralele që vijnë nga teleskopi (dmth., për të vëzhguar imazhi në pafundësi) zgjatimet gjeometrike të rrezeve të cilat kalojnë në okular duhet të konvergojnë në vatrën e okularit, me fjalë të tjera të dy lente duhet të keni të njëjtën vatër(si dhe bosht optik) të përbashkët. Distanca d midis dy lente (të quajtur "gjatësia") duhet pra të jetë e barabartë me shumën e distancave vatrore të dy lente, pra, d=95cm.

Ne vërejmë se kushti për të cilin gjatësia duhet të jetë e barabartë me shumën e distancave vatrore të të dy lente është gjithashtu e vërtetë edhe për teleskopin astronomik të përbërë me dy lente konvergjente.



QUESITO n. 2

Në kushte statike, fluksi i nxehtësisë që kalon nëpër të dy shtresat është e njëjtë. Kujtojmë që fluksi i nxehtësisë përmes një shtresë homogjene me sipërfaqe A është në proporcion të drejtë me sipërfaqen dhe diferencën e temperaturave ndërmjet faqeve të kundërta dhe proporcion të zhdrejtë me trashësinë e shtresës, konstantia e proporcionalitetit është përçueshmëria termike e materialit me të cilën ajo është e përbërë. Ne kemi atëherë:



$$\sigma_v A\frac{t_v - t_i}{s_v} = \sigma_p A\frac{t_i - t_p}{s_p} \quad \text{da cui} \quad s_p = s_v \frac{\sigma_p}{\sigma_v}\frac{t_i - t_p}{t_v - t_i} = 6.0\,\text{mm}. \qquad \text{RIS} \Rightarrow \boxed{5.96 \le s_p \le 6.02 \quad [\text{mm}]}$$

QUESITO n. 3

Duke zgjedhur si drejtim pozitiv të rrymës drejtimin orar (atë të akrepave të orës), ligji i Kirchhoff-it shkruhet:

$$RI + \frac{Q}{2C} - \frac{Q}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{Q}{2RC} = 40\,\text{mA}.$$

Meqënëse kjo vlerë është pozitive, rryma rrjedh në kahun orar.

Shënim: Vlen 1 pikë për ata që bëjnë gabime ose nuk e specifikojnë drejtimin e rrymës.

QUESITO n. 4

Në një goditje elastike (në mungesë të forcave të jashtme impulsive) ruhen të dy, sasia e levizjes dhe energjia kinetike. Nga mund të shkruajmë (me apostrof shënojmë shpejtësitë përfundimtare)

$$\begin{cases} m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2} m_1 {v_1'}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_2'}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} m_1 (v_1' - v_1) = m_2 (v_2 - v_2') \\ m_1 ({v_1'}^2 - v_1^2) = m_2 ({v_2}^2 - {v_2'}^2) \end{cases} \qquad (1)$$

Dividendo la seconda equazione per la prima otteniamo

$v_1' = v_2' + v_2 - v_1$ espressione che, sostituita nella prima delle (1), dà infine

$$m_2 = m_1 \frac{v_2 + v_2' - 2v_1}{v_2 - v_2'} = 15\,\text{kg}.$$

QUESITO n. 5

Rendimenti i një motor termik të kthyeshëm që shkëmben nxehtësi me vetëm dy burime (makina Carnot) është $\eta_C = (T_2 - T_1)/T_2$, ku T_1 dhe T_2 jane respektivisht temperature absolute e burimit të ftohtë dhe të nxehtë. Mirëpo rendimenti i një motori termik me përkufizim është, L/Q_a ku L është puna e plotë gjatë një cikli dhe Q_a është nxehtësia e përthithur, që nga duke shënuar me P_m dhe P_{ta}, respektivisht, fuqia mekanike dhe termike e përthithur – marim

$L/Q_a = P_m/P_{ta}$, ne kemi:

$0.4(T_2 - T_1)/T_2 = P_m/P_{ta}$ që nga $P_{ta} = P_m \dfrac{T_2}{0.4(T_2 - T_1)} = 2.99$ kW. $2.984 \le P_{ta} \le 2.998$ [kW]

QUESITO n. 6

Nëse shpërfillim rezistencën e ajrit, energjia mekanike ruhet gjatë lëvizje. Prandaje kemi $mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2$

ku m është masa e topit, v_f shpejtësia e tij përfundimtare dhe h_0 lartësia e pikës nga lëshohet topi. Nga kjo lidhje gjejmë $h_0 = \dfrac{v_f^2 - v_0^2}{2g} = 9.2m$

Nëse h është lartësia e studentes, argjinatura ka një lartësi h_0-h=7.5 m

7.42 ≤ h ≤ 7.52 [m]

SHËNIM për korigjuesin ▯ vlen 2 pikë nëse nuk është zbritur lartësinë e studentes.

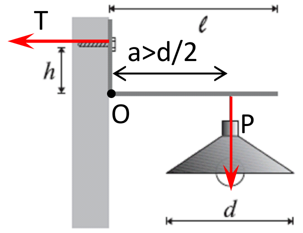
QUESITO n. 7

Nga ana e bakrit në pjatën e peshores, duke marrë parasysh edhe forcën hidrostatike, vepron një forcë $F_{CU}=m_{CU}g-(m_{CU}/\rho_{Cu})\rho_{acq}g$ nga ana tjetër e peshores vepron nga ari, një forcë $F_{AU}=m_{au}g-(m_{au}/\rho_{Au})\rho_{acq}g$.

Kur peshorja është në ekuilibër, të dy forcat janë të barabartë, atëherë kemi:

$$m_{Au} = m_{Cu}\frac{\rho_{Au}(\rho_{Cu}-\rho_{acq})}{\rho_{Cu}(\rho_{Au}-\rho_{acq})} = 1.124kg \qquad 1.123 \le m_{Au} = \le 1.125 \qquad [kg]$$

QUESITO n. 8



Tensioni T (T<F) është forca që bulloni mban shufrën dhe a(a>d/2) është distanca ndërmjet murit dhe pikës ku varet llampadari. Jemi në ekuilibë ekuilibër, shkruajm ekuacionin e momenteve, hT=aP ku P është pesha e llampadarit.

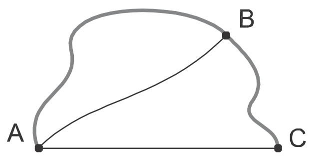
Atëherë, pesha maksimale e llampadarit që mund të vendoset korrespondon me një vlerë minimale të a, që nga:

$$P = \frac{hT}{a} < \frac{2hT}{d} < \frac{2hF}{d}$$

SHËNIM për korigjuesin ⇒ i jepen pikë të plota edhe për ata që drejtpërdrejt shqyrton situatën në kustet ekstreme T=F

QUESITO n. 9

Ndërmjet pikave A dhe B ka tre tela të lidhura në paralel, i pari është pjesa AB e telit ABC me gjatësi $\ell - x$, i dyti është teli AB me gjatësi a dhe i treti është dhënë nga tel AC në seri me pjesën CB të teli ABC me gjatësi $a + x$.



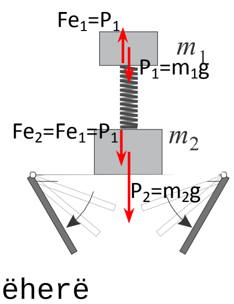
Rezistenca e përgjithshëme R_{AB} është dhënë nga tre resistencat në paralel. Shënojmë me R rezistencën e telit AB, kujtojmë që rezistenca e telit është në proporcion me gjatësinë e tij,

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{a}{R(a+x)} + \frac{a}{R(\ell - x)} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R}\left[1 + \frac{a(\ell + a)}{(a+x)(\ell - x)}\right]$$

Në varësi të x-it, R_{AB} është maksimale kur produkti $(a+x)(\ell - x) = \ell a + x(\ell - a) - x^2$ është maksimal grafiku i të cilit është një parabolë me sipërfaqe konkave të drejtuar poshtë.

Maksimumi korespondon me kulmin e parabolës, dmth, për $x = (\ell - a)/2$

QUESITO n. 10



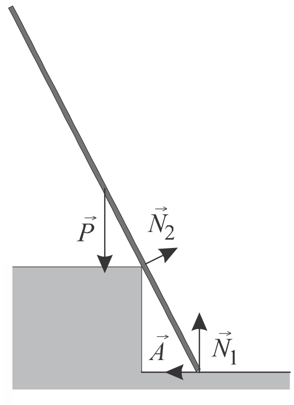
Para hapjes së pengesës, në trupin e parë vepron Pesha m_1g (poshtë) dhe forca e kundërveprimit të sustës (lartë), dy forcat janë të barabarta në vlerë.

Në trupin e dytë vepron Pesha m_2g si dhe forca elastike e sustës m_1g (poshtë) dhe kundërveprimi i pengesës (lart). Menjëherë pas hapjes së pengesës kjo e fundit mungon (forca e kundërveprimit të pengesës), susta tenton të zgjatet por endë s'është zgjatur, dhe për këtë arsye trupi i dytë i nënshtrohet një forcë $(m_1+m_2)g=m_2a$. Nxitimi i saj është atëherë $a=1.5g=14.7ms^{-2}$, ndërsa nxitimi i trupit të parë është akoma zero.

⇒ 14.70 ≤ a≤ 14.73 [m s^{-2}]

SHËNIM për correctors ⇒ vlen vetëm një pikë për ata që bëjnë gabime ose nuk gjejnë nxitimin e një prej dy trupave.

PROBLEMA n. 1 – Asta in equilibrio



Quesito n. 1.

Këndi α mund të ndryshojnë ndërmjet arcsin(1/4)=14.5^0 (njëri skaj i shufrës vendoset në buzë të shkallës) dhe 90^0 (bosht vertikal).

Quesito n. 2.

Forcat që veprojnë mbi shufrën në ekuilibër janë: pesha P, forca e ushtruar nga dyshemeja - e cila, si zakonisht, zbërthehet në një komponent normal (N1) dhe një tangenciale (fërkimi statik A) - dhe forca ushtruar nga shkalla. Meqënëse "fërkimi në mes të shufra dhe shkallës është i papërfillshëm, kjo forcë është pingule me shufrën dhe do të shënohet me N2. Gjendja e ekuilibrit të shufrës në lidhje me rrotullimin, ose anullimin e forcës rezultante shkruhet:

$$\vec{P}+\vec{N}_1+\vec{A}+\vec{N}_2=0$$

Zbërthejmë këtë ekuacion përgjatë drejtimit horizontal dhe atij vertikal, duke marrë dy ekuacione skalare

$$\begin{cases} N_2\sin\alpha - A = 0 \\ N_1 + N_2\cos\alpha - P = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Kushti i ekuilibrit në lidhje me rrotullimin jepet nga anullimi i momenteve të forcave që veprojnë në lidhje me të njëjtin bosht rrotullimi, e cila mund të zgjedhur arbitrarisht nëse rezultante e forcave eshte zero. Zgjedhim për lehtësi pikën e kontaktit ndërmjet shufrës dhe dyshemesë, dhe duke pasur parasysh momentet pozitive të cilat kanë tendencë për të rrotullohen shufra në kahun kundërorar, kemi:

$2Ph\cos\alpha - N_2 h/\sin\alpha = 0$ Ky ekuacion na lejon të marrë menjëherë N_2

$N_2=2P\sin\alpha\cos\alpha$

Duke zëvendësuar këtë vlerë në (1) ne kemi

$A=2P\sin^2\alpha\cos\alpha$

$N_1=P-2P\sin\alpha\cos^2\alpha$ (2)

Këto janë vlerat e moduleve të forcave të nevojshme për të siguruar ekuilibrin e shufrës.

Quesito n. 3.

Ne vërejmë se, nga pikëpamja matematikore, shprehja e N_1 mund të jetë pozitiv ose negativ, dhe në qoftë se (2) jep një vlerë negative, kjo do të thotë se, për të siguruar ekuilibrin e shufra, duhet një forcë e drejtuar poshtë. Mirëpo kjo nuk është e mundur fizikisht, vërehet se në këtë rast shufra rrotullohet rreth buzë së shkallës. Me fjalë të tjera, që të ketë ekuilibër duhet të kemi:

$\sin\alpha\cos^2\alpha<1/2 \Rightarrow \sin2\alpha\cos\alpha<1$

Në intervalin që interesohemi (ndërmjet 14.5^0 dhe 90^0) ky mosbarazim është gjithmonë i mundshëm sepse gjithmonë kemi $\sin2\alpha\le1$, $\cos\alpha\le1$, dhe dy faktorët kurrë nuk mund të japin prodhimin të barabartë me 1.

Ne mund të konkludojmë se shufra nuk rrotullohet rreth buzës së shkallës.

Quesito n. 4.

Në mënyrë që shufra të mos rrëshqas, duhet të kemi:

$A<\mu N_1$ ose $2P\sin^2\alpha\cos\alpha<\mu P(1-2\sin\alpha\cos^2\alpha) \Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)=f(\alpha)<\mu/2$

Studiojmë me pika funksionin në intervalin që ne jemi të interesuar:

Ne vërejmë se funksioni ka një prirje të rregullt, duke u rritur deri në rreth 50^0 dhe pastaj zbritës. Tejkalon vlerën μ/2=0.4 në një pikë ndërmjet 20^0 dhe 30^0, dhe pastaj kthehet nën këtë vlerë diku në një pikë ndërmjet 60^0 dhe 70^0

α (^{0})	f(α)
14	0.239
20	0.352
30	0.517
40	0.618
50	0.630
60	0.548
70	0.390
80	0.192
90	0

Analizojmë atëherë më në detaje në këto interval.

Në rastin e parë ne shohim se vlera 0.4 ndodhet midis 22^0 dhe 24^0. Duke marë si pikën e mesit të këtij intervali , 23^0, ne jemi të sigurt se gjejmë pikën me saktësinë e kërkuar. Në rastin e dytë, ne shohim se pika 0.4 ndodhet ndërmjet 68^0 dhe 70^0. Edhe në këtë rast, është i mjaftueshëm për të marrë vlerën mesatare të intervalit.

α(^{0})	f(α)	α(^{0})	f(α)
22	0.388	62	0.522
24	0.423	64	0.492
26	0.456	66	0.460
28	0.487	68	0.426
30	0.517	70	0.390

Ne konkludojmë se shufra është në ekuilibër për këndet ndërmjet 14.5_0 dhe 23^0, si dhe ndërmjet 69^0 dhe 90^0.

PROBLEMA n. 2 – Interferenza

Quesito n. 1.

Në një pikë çfardo P të ekranit ka një maksimum nëse r_2-r_1=mλ (ku m është një numër i plotë që përfaqëson rendin e maksimumit, dhe r_1 dhe r_2 përfaqësojnë distancat midis pikës P dhe dy burimeve); si dhe kemi nje minimum nëse r_2-r_1= (k-1/2) λ, me k = 1, 2,. . . Për pika A ne kemi r_2-r_1=d =λ N,
atëherë ne kemi një maksimum të rendit N.

Quesito n. 2.

Për shkak të simetri cilindrike të sistemit rreth aksit të formuar nga vija e drejtë që kalon përmes dy burime, vendi gjeometrik i pikave të planit, të tilla që r_2-r_1=konstante është një rrethi me qendrën në pikën A. Tablloja e interferencës merr formën e rrathëve koncentrik.

Quesito n. 3.

Paraqesim në vijim katër alternativat e mëposhtme të zgjidhjes.

Alternativa A

Siç u tha më lart, minimumet e lëkundjes do të duhet të plotësojnë kushtin r_2-r_1=(k-1/2)λ, ku k është një numër i plotë. Trekëndëshi që ka kulmet e saj S_1, S_2 dhe pikën P në ekran ka brinjët r_2, r_1 dhe d. Duke kujtuar se në një trekëndësh diferenca e të dy brinjëve është gjithmonë më e vogël ose e barabartë me brinjën e tretë:

$$(k-1/2)\lambda \le d \Rightarrow k \le d/\lambda + 1/2 = N + 1/2$$

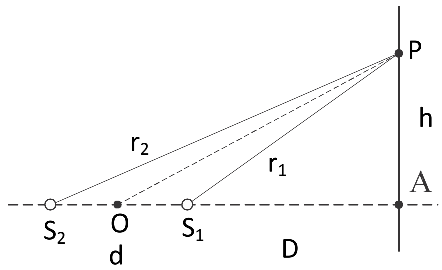
Me rritjen e distancës midis P dhe A, diferenca e rrugëve të dy valëve të ardhur nga S_2 dhe S_1 zvogëlohet, atëherë për rrathët më të afërt me A vlera e k duhet të jetë maksimale e mundshme. Vlera maksimale numërit të plotë që kënaq lidhjen më lart është padyshim k=N. Rrathët, që korrespondojnë me një minimum, më afër pikës A, domethënë rendi i N, është vendosur në një distancë h nga A përcaktuar nga ekuacioni

$$\sqrt{(d+D)^2+h^2}-\sqrt{D^2+h^2}=(N-1/2)\lambda = d-\lambda/2$$

$$(d+D)\sqrt{1+\left(\frac{h}{d+D}\right)^2}-D\sqrt{1+\left(\frac{h}{D}\right)^2}=d-\lambda/2$$

për h<<D ne mund të përdorim përafrimi e sugjeruar në tekst:

$$(d+D)\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{h}{d+D}\right)^2\right]-D\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{h}{D}\right)^2\right]=d-\lambda/2$$



$$d+D+\frac{h^2}{2(d+D)}-D+\frac{h^2}{2D}=d-\lambda/2$$

$$h=\sqrt{\frac{D(N\lambda+D)}{N}}$$

Alternativa B

Shënojmë me α këndin $P\hat{O}A$, ku O është mesi i segmentit S_1S_2, meqënëse d<<D differenca r_2-r_1 mund të konsiderohet d cos α. Prandaj

$$\cos\alpha = \frac{(N-1/2)\lambda}{N\lambda} = 1-\frac{1}{2N} \quad \text{nga ku}$$

$$h=\left(D+\frac{N\lambda}{2}\right)tg\alpha = \left(D+\frac{N\lambda}{2}\right)\frac{\sqrt{4N-1}}{2N-1}$$

Alternativa C

Mund të zhvillojmë hapat algjebrike nga (1) pa bërë përafërta. Marrim

$$(d+D)^2+h^2=(N-1/2)^2\lambda^2+D^2+h^2+2(N+1/2)\lambda\sqrt{D^2+h^2}$$

$$\frac{\lambda}{4}(4N-1)+2ND=(2N-1)\sqrt{D^2+h^2}$$

$$h=\frac{1}{2N-1}\sqrt{\frac{\lambda^2}{16}(4N-1)^2+DN\lambda(4N-1)-D^2+4ND^2}=\frac{2N-1}{2N-1}\sqrt{\frac{\lambda^2}{16}+\frac{D(N\lambda+D)}{4N-1}}$$

Alternativa D

Më në fund një metodë që perftohet duke kujtuar se vendi gjeometrik i pikave për të cilën r_2-r_1 është diferenca konstante eshte nje dege hiperbole e cila, në një sistem të referimi me origjinë në pikë O dhe si boshti X meret OA, shkruajmë në formën kanonike

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad c=\sqrt{a^2+b^2}$$

Parametëri a përcakton një gjysëmbosht hiperbole dhe ndodhet pingul me boshtin horizontal, dmth, kryqëzimin e hiperbolës me segmentin S_1S_2, ndërsa c koordinata x e burimit S_1. Në rastin tonë kemi:

$$a=\frac{d}{2}-\frac{\lambda}{4}=\frac{\lambda}{4}(2N-1) \quad \text{dhe} \quad c=\frac{d}{2}=\frac{N\lambda}{2}$$

Si dhe $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2-\left(\frac{d}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)^2}=\frac{\lambda}{4}\sqrt{4N-1}$ dhe ekuacioni i hiperbolës bëhet:

$$\frac{16x^2}{(2N-1)^2\lambda^2}-\frac{16y^2}{(4N-1)\lambda^2}=1 \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{(2N-1)^2}-\frac{y^2}{(4N-1)}=\frac{\lambda^2}{16}$$

Vlera e h përftohet nga ndërprerja e hiperbolës me vijën x=d/2+D=Nλ/2+D.
Duke zgjidhur marrë saktësisht zgjidhjen (4).

Quesito n. 4.

Me vlerat e dhëna, kemi

h=42.2m 40.4≤h≤42.3 [m]

Shënim: Në thelb tre shprehjet e gjetura ndryshojnë me afërsi λ/D (që është shumë e vogël) e cila mund të shihet duke i shkruar ato në formë

$$h=D\frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{1+N\frac{\lambda}{D}}$$

$$h=D\frac{\sqrt{4N-1}}{2N-1}\left(1+\frac{N\lambda}{2D}\right)$$

$$h=D\frac{\sqrt{4N-1}}{2N-1}\sqrt{1+N\frac{\lambda}{D}+\frac{4N-1}{16}\left(\frac{\lambda}{D}\right)^2}$$

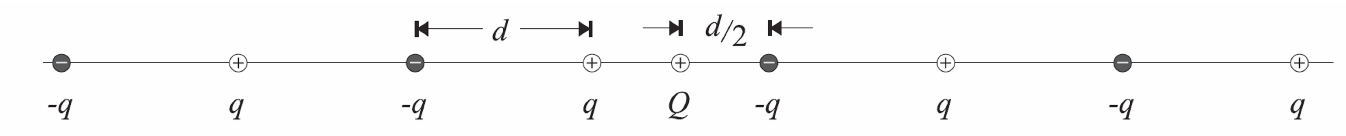
Është e qartë se (2) dhe (3) janë të përafërta me(4). Ju mund të bëni një përafrim pak më të madh të mëtejshëm të (2) ose (3), e cila çon të dy rastet në shprehjen

$h\approx\frac{D}{\sqrt{N}}$ =40.4m

PROBLEMA n. 3 – Forza elettrica e forza magnetica

Parte A

Figura më poshtë përmbledh situatën e përshkruar nga problemi. Ngarkesat e pafund në një vijë, paraqiten vetëm tetë. Në qendër është vendosur ngarkesa Q=+q.



Quesito n. 1.

Rezultantja e forcave elektrostatike në ngarkesën Q është marrë duke mbledhur kontributet e çdo çifti ngarkesash, duke filluar nga ai i formuar nga dy ngarkesat më afër, që japin një forcë me vlr ë:

$$F_1=2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(d/2)^2}=\frac{2}{\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}$$

të orientuar në të djathtë. Çifti tjetër jep një kontributi

$$F_1=2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(3d/2)^2}=\frac{2}{\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(3d)^2}$$

Drejtuar në të majtë, në vazhdim ne do të kemi një F_3 në të djathtë dhe kështu me radhë. Si përfundim, intensiteti rezultant është dhënë me shumën:

$$F=F_1-F_2+F_3-F_4+\cdots=\frac{2}{\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}\left[1-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}-\frac{1}{7^2}+\cdots\right]=(2.876\times10^{-5}N)\left[1-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}-\frac{1}{7^2}+\cdots\right]$$

Tabela e mëposhtme tregon termat e serisë brenda kllapave, së bashku me shumat e pjesshme:

Çifti	Kontributi	Shuma e pjesshme
1	1	1
2	− 0.1111	0.8889
3	+0.0400	0.9289
4	− 0.0204	0.9085
5	+0.0123	0.9208
6	− 0.0083	0.9126
7	+0.0059	0.9185
8	− 0.0044	0.9140
. . .		. . .
∞		0.91596 . . . (1)

Një vlerë e përafërt e forcës rezultante është $F=263\times10^{-5}$N.
Shënim - Gabimi kryer nga një seri konvergjente me shenja të alternuara për n terma është më e vogël se vlera absolute e termit të rendit n+1.

Quesito n. 2.

Gabimi i kryer nga përafrimi i serisë duhet të jetë më pak se 0.5%. Ne shohim se çifti i tetë jep një kontribut relativ më pak se 0.5%, kështu që për një verifikim eksperimental, do të jetë e mjaftueshme po të konsiderohen 7 çifte

Pjesa B

Forca fërkime dinamike F=μmg është konstante dhe gjithmonë e kundërt me drejtimin e levizjes dhe ndryshon vlerën e shpejtësisë, forca e Lorencit, përkundrazi, është pingul me shpejtesine dhe nuk ndryshon vlerë. Atëherë

$$v(t) = v_0 - at \qquad \text{ku} \quad a = F/m = \mu g$$

$$r(t) = \frac{mv(t)}{qB} = \frac{m(v_0 - \mu g t)}{qB} \quad \Rightarrow \quad \Delta r = -\frac{\mu m g \Delta t}{qB}$$